Question :

Soit S la somme $S = 1 + 2 + 2^2 + ... + 2^n + ...$ En divisant cette somme par deux, on obtient $S/2 = 1/2 + S$, donc $S = -1$. C'est impossible puisqu'une somme de termes positifs ne peut être strictement négative !
Où est l'erreur ?

[0]Site Web MegaMaths — Tapez "megamaths dany-jack" dans un moteur de recherche. — Mél : dany-jack.mercier@hotmail.fr
© 2009, Dany-Jack Mercier, copie autorisée uniquement pour votre usage personnel

Réponse :

La série $\sum_{n=0}^{+\infty} 2^n$ est divergente, donc le nombre S n'existe pas en tant que réel. L'affirmation $S/2 = 1/2 + S$, qui sous-entend que S appartient à $\mathbb{R}$, est donc fausse. En fait $\sum_{n=0}^{+\infty} 2^n = +\infty$, donc S appartient à la droite numérique achevée $\overline{\mathbb{R}}$, mais $\overline{\mathbb{R}}$ n'est pas structuré en corps comme l'était $\mathbb{R}$. Ecrire $1/2 + S$ est donc une gageure !

[0]Site Web MegaMaths — Tapez "megamaths dany-jack" dans un moteur de recherche. — Mél : dany-jack.mercier@hotmail.fr
© 2009, Dany-Jack Mercier, copie autorisée uniquement pour votre usage personnel